

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Les parties I, II et III sont indépendantes.

Les résultats non justifiés par des explications mathématiques précises seront sans valeur.

I

Dans le plan P rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on désigne par C_m la courbe représentative de la fonction numérique f_m de la variable réelle x définie par :

$$f_m(x) = \frac{mx^2 - (m+1)x + 2}{x-2}$$

où m est un paramètre réel. On prendra le centimètre pour unité graphique.

- I.1.** Préciser le domaine de définition D_m de f_m puis étudier les limites de f_m aux bornes de D_m .
- I.2.** Étudier la continuité et la dérivabilité de f_m sur D_m et calculer $f'_m(x)$. Déterminer, en fonction de m , les racines de $f'_m(x)$. Préciser en particulier la nature de la courbe C_0 .
- I.3.** Dans toute la suite, le paramètre m est un réel non nul. Montrer que toutes les courbes C_m passent par deux points fixes A et B, indépendants de m , et dont on précisera les coordonnées (B sera celui des deux points dont l'abscisse est la plus grande).
- I.4.** Bâtir le tableau des variations de f_m et déterminer la valeur des extremum de la courbe C_m .
- I.5.** Déterminer l'équation de la tangente Δ_m à C_m au point d'abscisse +1

I.6. Étudier la limite de la quantité $f_m(x) - mx - m + 1$ quand x tend vers $-\infty$ et vers $+\infty$.

En déduire que la droite D_m d'équation $y = mx + m - 1$ est une asymptote oblique à C_m et étudier les positions relatives de C_m et D_m .

I.7. Tracer $C_{-1}, C_0, C_{+1}, \Delta_{-1}, \Delta_{+1}, D_{-1}$ et D_{+1} dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

I.8. À partir de la question 6 et notamment de la quantité $f_m(x) - mx - m + 1$, déduire l'expression des primitives de f_m . Que vaut l'aire en cm^2 du domaine délimité par les courbes C_{-1} , C_{+1} , l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$?

II

Déterminer les réels a , b et c qui satisfont simultanément aux trois conditions suivantes :

- a , b et c sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique ;
- a , $b + 4$ et c sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique ;
- a , $b + 4$ et $c + 32$ sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique.

III

Un dé parfaitement équilibré à six faces a ceci de particulier qu'il n'est marqué que des chiffres 1, 2 et 3, certains de ces chiffres apparaissant sur plusieurs faces. On désigne par X la variable aléatoire réelle égale au chiffre apparaissant sur la face supérieure du dé après un jet

de ce dé. On estime que l'espérance mathématique de la variable X est égale à $\frac{5}{2}$ et que sa

variance est égale à $\frac{7}{12}$.

Déterminer le nombre de 1, de 2 et de 3 apparaissant sur les faces de ce dé.